

Rechnen mit Brüchen

Erweitern und kürzen

Beim Erweitern multiplizieren wir Zähler und Nenner eines Bruches mit derselben Zahl ($\neq 0$).

Beim Kürzen dividieren wir Zähler und Nenner eines Bruches durch dieselbe Zahl ($\neq 0$).

Beim Erweitern und Kürzen erhalten wir verschiedene Schreibweisen für denselben Bruch.

→ Erweitern und Kürzen sind keine Wertänderungen. ←

Regeln: $\frac{a}{b} = \frac{a \cdot m}{b \cdot m} = \frac{a \cdot n}{b \cdot n}$ $\frac{a}{b} = \frac{a : m}{b : m} = \frac{a : n}{b : n}$

Beispiele: $\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 5} = \frac{15}{20} = \frac{3 \cdot 17}{4 \cdot 17} = \frac{51}{68}$ $\frac{30}{40} = \frac{30 : 5}{40 : 5} = \frac{6}{8} = \frac{30 : 10}{40 : 10} = \frac{3}{4}$

Anmerkung: Bevor wir mit Brüchen rechnen, kürzen wir alle Brüche soweit wie möglich, wodurch unsere Arbeit wesentlich vereinfacht wird. Ebenso kürzen wir alle Ergebnisse soweit wie möglich.

Addition und Subtraktion von Brüchen

Brüche mit gleichen Nennern („gleichnamige“ Brüche) addieren beziehungsweise subtrahieren wir, in dem wir die Zähler addieren beziehungsweise subtrahieren und den gemeinsamen Nenner beibehalten.

Regeln: $\frac{a}{n} + \frac{b}{n} = \frac{a+b}{n}$ $\frac{a}{n} - \frac{b}{n} = \frac{a-b}{n}$

Beispiele: $\frac{3}{5} + \frac{8}{5} = \frac{3+8}{5} = \frac{11}{5}$ $\frac{3}{4} - \frac{2}{4} = \frac{3-2}{4} = \frac{1}{4}$

Wollen wir Brüche mit unterschiedlichen Nennern („ungleichnamige“ Brüche) addieren beziehungsweise subtrahieren, so müssen wir sie zunächst gleichnamig machen. Das heißt, wir müssen sie auf den gleichen Nenner, den so genannten Hauptnenner bringen, das ist das kleinste gemeinsame Vielfache (kgV) der Nenner.

Beispiele: $\frac{3}{4} + \frac{1}{8} = \frac{6}{8} + \frac{1}{8} = \frac{6+1}{8} = \frac{7}{8}$ $\frac{5}{6} - \frac{1}{4} = \frac{10}{12} - \frac{3}{12} = \frac{10-3}{12} = \frac{7}{12}$

Multiplikation und Division von Brüchen

Wir multiplizieren Brüche, in dem wir die Zähler miteinander und die Nenner miteinander multiplizieren (Vorher — wenn möglich — kürzen, soweit es geht).

Regel: $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$

Beispiele: $\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{7} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 7} = \frac{10}{21}$ $\frac{4}{3} \cdot \frac{9}{10} = \frac{4 \cdot 9}{3 \cdot 10} = \frac{2 \cdot 3}{1 \cdot 5} = \frac{6}{5}$

Wir dividieren durch einen Bruch, in dem wir mit dessen Kehrwert multiplizieren.

Regel: $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$

Beispiele: $\frac{2}{3} : \frac{7}{5} = \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{7} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 7} = \frac{10}{21}$ $\frac{4}{3} : \frac{8}{5} = \frac{4}{3} \cdot \frac{5}{8} = \frac{4 \cdot 5}{3 \cdot 8} = \frac{1 \cdot 5}{3 \cdot 2} = \frac{5}{6}$