Ableitungsregeln

Einer gegebenen differenzierbaren Funktion $f(x)$ ordnen wir ihre **Ableitung** $f'(x)$ zu.
Der Funktionswert der ersten Ableitung $f'(x_0)$ gibt die **Steigung** der gegebenen Funktion f an der Stelle x_0 an.

Konstante Funktion: $f(x)=c \quad\Rightarrow\quad f'(x)=0$

Beispiel: $f(x)=3 \quad\Rightarrow\quad f'(x)=0$

Potenzregel: $f(x)=x^n \quad\Rightarrow\quad f'(x)=nx^{n-1}$

Beispiele: $f(x)=x^4 \quad\Rightarrow\quad f'(x)=4x^3$

$$f(x)=\frac{1}{x}=x^{-1} \quad\Rightarrow\quad f'(x)=-1\cdot x^{-2}=-\frac{1}{x^2}$$

Faktorregel: $f(x)=c\cdot g(x) \quad\Rightarrow\quad f'(x)=c\cdot g'(x)$

Beispiel: $f(x)=5x^4 \quad\Rightarrow\quad f'(x)=5\cdot 4x^3=20x^3$

Summenregel: $f(x)=g(x)\pm h(x) \quad\Rightarrow\quad f'(x)=g'(x)\pm h'(x)$

Beispiele: $f(x)=5x^4+2x \quad\Rightarrow\quad f'(x)=20x^3+2$

$$f(x)=3x^5-\frac{4}{x^2} \quad\Rightarrow\quad f'(x)=5\cdot 3x^4-(-2)\cdot 4x^{-3}=15x^4+\frac{8}{x^3}$$

Produktregel: $f(x)=u(x)\cdot v(x) \quad\Rightarrow\quad f'(x)=u'(x)\cdot v(x)+u(x)\cdot v'(x)$

Beispiele: $f(x)=x^3\cdot(2x+1)$

$$\Rightarrow\quad f'(x)=3x^2\cdot(2x+1)+x^3\cdot 2=6x^3+3x^2+2x^3=8x^3+3x^2$$

$$f(x)=x\cdot\sin(x)$$

$$\Rightarrow\quad f'(x)=1\cdot\sin(x)+x\cdot\cos(x)=\sin(x)+x\cos(x)$$

Quotientenregel: $f(x)=\frac{u(x)}{v(x)} \quad\Rightarrow\quad f'(x)=\frac{u'(x)\cdot v(x)-u(x)\cdot v'(x)}{v^2(x)}$

Beispiel: $f(x)=\frac{1-x}{x+1}$

$$\Rightarrow\quad f'(x)=\frac{-1\cdot(x+1)-(1-x)\cdot 1}{(x+1)^2}=\frac{-x-1-1+x}{(x+1)^2}=-\frac{2}{(x+1)^2}$$

Kettenregel: $f(x)=g(h(x)) \quad\Rightarrow\quad f'(x)=g'(h(x))\cdot h'(x)$

Beispiel: $f(x)=(x^2-7)^3$ „äußere mal innere Ableitung“

$$\Rightarrow\quad f'(x)=3\cdot(x^2-7)^2\cdot 2x=6x\cdot(x^2-7)^2$$